

Задача А. Паралелепіпед

Об'єм паралелепіпеда обчислюється за формулою $n \cdot m \cdot k$.

Задача В. Внуки

Відповідь на задачу — це добуток кількості дітей в кожному поколінні, що дорівнює $x \cdot (x + 1) \cdot (x + 2)$.

Задача С. Серце, Розчарування

Автор задачі: Олександр Тимкович
Задачу підготував: Олександр Тимкович
Розбір написав: Олександр Тимкович

1 Одновимірний випадок ($m = 1$):

Коли задача обмежена однією вимірністю ($m = 1$), розв'язок зводиться до знаходження довжини найдовшого безперервного сегмента рівних елементів у заданій послідовності. Це можна обчислити безпосередньо, використовуючи простий перебір масиву.

2 Багатовимірний випадок (в цій задачі ми маємо дві вимірності):

У вищих вимірностях задача стає більш загальною. Розглянемо N — вимірну сітку розміру $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_N$, згенеровану алгоритмом, описаним у формулюванні. Нехай $f(x_1, \dots, x_k)$ представляє довжину найдовшого безперервного сегмента рівних елементів у послідовності (x_1, \dots, x_k) вздовж заданої вимірності.

Ключове спостереження тут полягає в тому, що вимірності є незалежними. Це означає, що ми можемо обчислити довжину найдовшого безперервного сегмента рівних елементів окремо для кожної вимірності. Нехай L_1, L_2, \dots, L_N будуть результатами для кожної відповідної вимірності. Тоді відповідь для N — вимірної сітки задається: $\prod_{i=1}^N L_i$ і може бути обчислена за $\mathcal{O}(\sum_{i=1}^N n_i)$.

У нашому випадку ми маємо лише двовимірну сітку розміру $n \times m$, отже, складність становить $\mathcal{O}(n + m)$.

Задача D. Процент виграшу

Автор задачі: Богдан Фейса
Задачу підготував: Богдан Фейса
Розбір написав: Павло Ціцей

Припустимо, що всі нові зіграні ігри — це перемоги, оскільки в іншому випадку відсоток виграшу знизиться. Отже, нам потрібно знайти мінімальне k , таке що $\frac{p+k}{q+k} \geq \frac{a}{b}$. Спробуємо розв'язати рівняння. $b \cdot (p + k) \geq (q + k) \cdot a$. Отже, $k \cdot (b - a) \geq q \cdot a - b \cdot p$. Тепер ми маємо, що $k \geq \frac{q \cdot a - b \cdot p}{b - a}$. Зверніть увагу, що задачу також можна розв'язати за допомогою бінарного пошуку. Для цього потрібно наступну ідею: якщо $\frac{p+k}{q+k} \geq \frac{a}{b}$, то відповідь не перевищує k , а в іншому випадку відповідь більша за k .

Задача Е. Картина Сакурако

Автор задачі: Олександр Тимкович
Задачу підготував: Богдан Фейса
Розбір написав: Павло Ціцей

Рішення цієї задачі полягає в тому, щоб відсортувати всі відрізки в порядку зростання початкової точки і намагатися жадібно знайти відповідь. Отже, з першого сегмента ми беремо всі точки, які він займає. Для другого — всі точки, які не входять в перший сегмент (тобто деякий суфікс його), у третьому — всі, які не входять в перший або другий, і так далі. У результаті ми беремо максимальну кількість точок, і ми візьмемо деякий (можливо, порожній) суфікс кожного сегмента.

Задача Ф. Кольорові кола

Автор задачі: Олександр Тимкович
Задачу підготували: Павло Ціцей, Олександр Тимкович
Розбір написав: Павло Ціцей

Припустимо, що кожне x_i є унікальним. Для цього ми можемо взяти всі кола з центром x_i і припустити, що є лише одне з найбільшим радіусом. Для всіх інших ми можемо їх обернути, якщо обертаємо це, та навпаки.

Щоб вирішити це завдання, ми відсортуємо всі кола в порядку зростання їх центрів. Якщо в цьому колі є інший центр, то відповідь буде -1 , оскільки немає способу обернути чи не обернути, щоб задовольнити умову в цьому випадку. В іншому випадку, подивімося на попереднє коло. Якщо воно перетинається з нашим, тоді нам потрібно обернути його, якщо останнє не оберталось, і навпаки.

Задача Г. Словник префіксів і суфіксів

Автор задачі: Олександр Тимкович
Задачу підготував: Павло Ціцей
Розбір написав: Павло Ціцей

Ми можемо сконструювати слово s , якщо всі літери в s є принаймні в деякому слові серед a_i для всіх i .

Покажімо, чому це правда. Ми знаємо, що підрядок є суфіксом деякого префікса (для підрядка з l до r ви можете взяти префікс з 1 до r , а потім суфікс з l до r), тому якщо нам потрібна якась літера в s , ми знаходимо її в a_i , записуємо її префікс, де остання літера потрібна, а потім беремо суфікс довжини 1 . Якщо ми зробимо це для всіх літер, які нам потрібні, ми отримаємо слова з 1 літери, які можуть конструювати слово s по одній літері.